

TMA4245 – Parallell 1

Geir-Arne Fuglstad, IMF

10. mars 2025

Motivasjon – Hypotesetest

Et 95%-konfidensintervall $1.4 \leq \mu \leq 1.6$ forteller at det er rimelig å tro at μ ligger i dette intervallet.

Men hvilke av disse konklusjonene er det rimelig å trekke basert på dette:

- $\mu > 1.39$?
- $\mu > 1.40$?
- $\mu > 1.41$?
- $\mu \neq 1.39$?
- $\mu \neq 1.40$?
- $\mu \neq 1.41$?

Hvordan kan vi kvantifisere hvor sikker vi er på konklusjonene?

Vi trenger et rammeverk for å vurdere hvilke konklusjoner som er rimelige med et gitt signifikansnivå!

Hypotesetest

1. Formuler nullhypotese H_0 og alternativ hypotese H_1
2. Velg en testobservator T som har kjent fordeling under H_0
3. Bestem en beslutningsregel. For eksempel:
 - a) “Forkast H_0 hvis $T \geq k$ ”,
 - b) “Forkast H_0 hvis $T \leq k$ ”,
 - c) eller “Forkast H_0 hvis $T \leq k_L$ eller $T \geq k_R$ ”
4. Velg signifikansnivå $0 \leq \alpha \leq 1$
5. Regn ut kritisk verdi k (eller k_L og k_R), og skriv opp beslutningsregelen
6. Regn ut observert verdi t og konkluder

Egenskaper

Definisjon:

Type I feil er å forkaste H_0 når den er sann.

NB: Denne kontrolleres av signifikansnivået til testen, $\alpha = P(\text{“Type I feil”})$.

Definisjon:

Type II feil er å ikke forkaste H_0 når H_1 er sann.

NB: Typisk må utvalgstørrelsen n økes for å kunne redusere sannsynligheten for Type II feil. Skal se på dette neste uke.

P-verdi

Definisjon:

P-verdien er sannsynligheten, når H_0 er sann, for å observere en verdi av testobservatoren som er lik den observerte verdien eller en verdi som er mer ekstrem i retning av den alternative hypotesen.

Tolkning:

Det høyeste verdien av signifikansnivået α der konklusjonen ville være å forkaste H_0 .

Praktisk:

En svakhet ved hypotesetester er at konklusjonen “ikke forkast” er lite informativ om hvor sterke “beviser” vi hadde mot H_0 . Med p-verdien får vi mer informasjon enn “ikke forkast” ville gitt.

NB: konfidensintervaller og hypotesetester

Merk at dette er to forskjellige konsepter med ulike målsetninger selv om det er store praktiske likheter.

Pivotalen har en fordeling med en ukjent parameter θ som man løser for når man lager konfidensintervallet, mens under $H_0: \theta = \theta_0$ blir pivotalen en testobservator med kjent fordeling som kan brukes til å lage en beslutningsregel.

Hvis $100(1 - \alpha)\%$ -konfidensintervallet for θ ikke inneholder θ_0 ville en hypotesetest $H_0: \theta = \theta_0$ vs $H_1: \theta \neq \theta_0$ forkaste H_0 .

NB: Dette krever at de er basert på samme pivotal/testobservator.