

TMA4245 – Parallell 1

Geir-Arne Fuglstad, IMF

6. januar 2025

Hvor finner jeg informasjon?

<https://wiki.math.ntnu.no/tma4245/2025v/parallel1>

Her finner dere informasjon om:

- Introduksjonsvideoer, og forelesning
- Øvinger
- Temasider
- Pensum
- Eksamen
- Fremdriftsplan
- Beskjeder

Hva er obligatorisk?

Les kravene til antall godkjente elektroniske og skriftlige øvinger nøye på nettsiden: <https://wiki.math.ntnu.no/tma4245/2025v/aktiviteter>

Obligatoriske aktiviteter:

- Elektroniske øvinger (hver uke)
- Skriftlige øvinger (annen hver uke)

NB: Første øving har innlevering denne uke (11. januar)

NB2: På grunn av oppdateringer er ikke STACK tilgjengelig mandag+tirsdag denne uken

Hvor får jeg hjelp med øvinger?

<https://wiki.math.ntnu.no/tma4245/2025v/statistikklab>

Dere har to kilder til hjelp:

- Fysisk statistikklab
 - Torsdager 08:15—12:00 i S7
 - Fredager 12:15—16:00 i S6
- [Digital statistikklab](#)
 - Nettforum
 - Dere kan stille spørsmål, og se spørsmål andre har stilt

Hvordan organiserer jeg uken? (Forslag)

- **Steg 1:** Introduksjonsvideoer
 - Før mandag 08:15
 - Se alle introduksjonsvideoer for den gjeldende uke:
<https://wiki.math.ntnu.no/tma4245/2025v/matrise>
 - Disse introduserer konsepter og regneregler
- **Steg 2:** Forelesning
 - Mandag 08:15—10:00 i A1
 - Fokus på større eksempler for å forstå konsepter og regneregler
 - Hele ukens pensum er relevant
- **Steg 3:** Øvinger, temasider, lærebok
 - Mandag—fredag
- **Steg 4:** Plenumsregning
 - Fredag 08:15—10:00 i F1
 - Fokus på regnetekniske detaljer
- **Steg 5:** Gjør ferdig øving!

Hva handler faget om?

To sammenknyttede temaer:

- Sannsynlighet (uke 2—8)
 - Ønsker å forstå egenskaper til framtidige observasjoner basert på en **kjent** tilfeldig mekanisme
 - Ønsker å kvantifisere usikkerhet om framtiden gjennom sannsynligheter, forventninger, varians og så videre
- Statistikk (uke 9—14)
 - Ønsker å forstå/bestemme en **ukjent** tilfeldig mekanisme basert på tidligere observasjoner
 - Her er det vanskeligere, men fortsatt viktig, å kvantifisere usikkerhet

Et enkelt eksempel

- **Sannsynlighet**

- Vi har en rettferdig terning.
- *Bestem* sannsynligheten for “2 øyne” når man kaster terningen.
- Svaret er $\frac{1}{6} \approx 0.167$.

- **Statistikk**

- Vi har en terning, men vi vet ikke om den er rettferdig. Vi har tidligere kastet terningen, og fikk “2 øyne” 3 av 20 ganger.
- *Estimer* sannsynligheten for “2 øyne”.
- Virker rimelig at *estimatet* er $3/20=0.15$, men hvor stor usikkerhet er det???

Før vi kan gjøre statistikk må vi kunne sannsynlighet!

Det synes mye når det kommer til sannsynlighet

Det er vanskelig å håndtere usikkerhet på en rasjonell måte

Er dette gyldige slutninger?

1. De fleste uhell skjer hjemme, derfor er man tryggere når man er borte.
2. Jeg har tapt 20 ganger på rad i rulette, derfor må jeg vinne snart.
3. Jeg har investert så mye i prosjektet, jeg må investere mer ellers er alt bortkastet.

Målet i den første delen av kurset er en **matematisk tilnærming** til sannsynlighet der man ikke blir lurt til å trekke irrasjonelle og feilaktige slutninger.

Vi kommer tilbake til statistikk senere

Men viktig å forstå at det er en forskjell mellom

- **Deskriptiv statistikk**

- Oppsummeringer av hva du har sett
 - Gjennom tall: gjennomsnitt, empirisk varians, empirisk standard avvik osv.
 - Gjennom figurer: histogrammer, kryssplott, boksplott osv.
- Les kapittel 1 selv som en introduksjon til idéene. Vi tar opp disse idéene i del 2 av kurset

- **Statistisk inferens**

- Generalisering av hva du har sett til det du ikke har sett
 - 3 av 20 kast ga “2 øyne” derfor er vi 95% sikre på sannsynligheten for “2 øyne” er mellom 0.03 og 0.37.
- Induktiv framgangsmåte basert på sannsynlighet
 - Hva er den mest rimelige forklaringen/modellen basert det du har observert

(Matematisk) sannsynlighet

Definisjon:

Et sannsynlighetsmål P på et utfallsrom S er en reell funksjon på hendelser slik at

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle hendelser $A \subset S$
2. $P(S) = 1$
3. For parvis disjunkte hendelser $A_1, A_2, \dots \subset S$ (dvs $A_i \cap A_j = \emptyset$ for $i \neq j$)

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

NB1: $P(A)$ er det vi mener med “sannsynligheten til A ” innen matematikk.

NB2: En kobling til “sannsynlighet” i den virkelige verden er tolkningen “relativ frekvens når forsøket gjentas uendelig mange ganger”.

Operasjoner på hendelser

For hendelser $A, B \subset S$ har vi

- **Snittet** $A \cap B = \{e \in S: e \in A \text{ og } e \in B\}$
 - $P(A \cap B)$ er “sannsynligheten for at både A og B inntreffer”
- **Unionen** $A \cup B = \{e \in S: e \in A \text{ eller } e \in B\}$
 - $P(A \cap B)$ er “sannsynligheten for at enten A eller B inntreffer”
- **Komplementet** av $A \subset S$ er $A' = S \setminus A = \{e \in S | e \notin A\}$
 - $P(A')$ er “sannsynligheten for at A ikke inntreffer”
- Hendelser er **disjunkte** hvis $A \cap B = \emptyset$

Uniform sannsynlighetsmodell

Definisjon:

- m mulige utfall ($S = \{e_1, \dots, e_m\}$)
- Alle utfall like sannsynlige ($P(\{e_i\}) = 1/m, i = 1, \dots, m$)

Teorem:

Hvis vi har m (mulige) utfall i en uniform sannsynlighetsmodell er

$$P(A) = \frac{g}{m},$$

der g er antall (gunstige) utfall i A .

Huskeregelen: Antall gunstige delt på antall mulige

Kombinatorikk/regneregler

Teorem:

r sekvensielle valg med henholdsvis $n_1, n_2, \dots, n_r$ muligheter gir $n_1 n_2 \cdots n_r$ muligheter.

Teorem:

Utvalg av r elementer av n elementer gir følgende antall muligheter:

Ordnet utvalg, med tilbakelegging	n^r
Ordnet utvalg, uten tilbakelegging	$n(n-1) \cdots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$
Uordnet utvalg, uten tilbakelegging	$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$