

Plenumsregning – uke 4

Geir-Arne Fuglstad, IMF

NB: Spørreundersøkelse

Vi ber om tilbakemeldinger før referansegruppemøte gjennom en spørreundersøkelse:

<https://nettskjema.no/a/482386>

Fyll gjerne ut denne når dere har tid.

Sommer 2019 – Oppgave 1

La X være en stokastisk variabel med punktsannsynlighet $p(x) = P(X = x)$ som vist i tabellen:

x	-1	0	1
$p(x)$	0.3	0.6	k

- a) Finn k slik at $p(x)$ er en gyldig sannsynlighetsfordeling.
Finn den kumulative fordelingsfunksjonen til X , $F(x)$.
Finn $E(X)$ og $\text{Var}(X)$.

Sommer 2023 – Oppgave 1

Anta at den stokastiske variabelen X har sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Regn ut følgende manglende størrelser og oppgi svaret avrundet til to desimalers nøyaktighet.

a) Sannsynligheten $P(0.25 < X < 0.75) =$

b) Forventningsverdien $E(X) =$

c) Variansen $\text{Var}(X) =$

d) Standardavviket $\text{Std}(X) =$

e) Medianen $\text{Median}(X) =$

Sommer 2024 – Oppgave 5

```
import numpy as np
def simX(n):
    x = np.zeros(n)
    for i in range(n):
        u = np.random.uniform()
        if (u <= 0.167):
            x[i] = 3
        elif (u <= 0.528):
            x[i] = 4
        elif (u <= 0.956):
            x[i] = 5
        else:
            x[i] = 6
    return x
```

I figuren over er det gitt en Python-funksjon `simX` som tar som input et positivt heltall (n) og returnerer n realisasjoner av en diskret stokastisk variabel X .

(i) I femte kodelinje genereres realisasjoner, u , av en stokastisk variabel U . Skisser sannsynlighetstetthetsfunksjonen $f(u)$ til U . Regn ut forventningsverdien $E(U)$ og variansen $\text{Var}(U)$.

(ii) Skriv ned den kumulative fordelingsfunksjonen $F(x)$ til X (for eksempel i en tabell), og skisser de tilhørende punktsannsynlighetene $f(x)$.

(iii) Skriv kode som kan brukes for å tilnærme $E(X^2)$ med stokastisk simulering. Utnytt deg av funksjonen `simX` som er definert over, ~~og grunngi valg av n .~~

Høst 2023 – Oppgave 2

```
import numpy as np

def simY(n, phi):
    u = np.random.uniform(size=n)
    y = phi * np.sqrt(u)

    return y
```

I figur 1 er det gitt en python-funksjon med to input-parametre, et positivt heltall n og en parameter ϕ (φ) som må være større enn null. Funksjonen genererer n uavhengige realisasjoner av en kontinuerlig stokastisk variabel Y . Ut fra denne koden, bestem sannsynlighetstettheten til Y , dvs $f_Y(y)$ for $-\infty < y < \infty$.

La en annen kontinuerlig stokastisk variabel X ha kumulativ fordelingsfunksjon gitt ved

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - \exp\left\{-\frac{x^2}{\theta}\right\} & \text{dersom } x \geq 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $\theta > 0$ er en parameter. Utled hvordan man ved å ta utgangspunkt i en uniformfordelt variabel på intervallet $[0, 1]$ kan generere en realisasjon av X . Skriv så en python-funksjon, `simX`, som genererer n uavhenige realisasjoner av X .

Ekstra oppgave

De to diskrete stokastiske variablene X og Y har simultan punktsannsynlighet $f(x, y)$ gitt ved tabell:

x/y	0	1	2
0	0.2	0.1	0.2
1	0.1	0.2	0.2

- Skriv kode for å simulere X og Y simultant.
- Bestem $E[XY^2]$ og sammenlign med approksimasjon ved simulering.