

Plenumsregning – uke 8

Geir-Arne Fuglstad, IMF

Vår 2024 – Oppgave 3

3 Poissonfordeling

a) La X og Y representere uavhengige Poissonfordelte stokastiske variabler med forventning $E(X) = 3$ og $E(Y) = 2$. Hva er $P(X+Y \leq 5)$?

Ekstra: Forklar hvorfor $\text{Poisson}(\mu)$ er omtrent normalfordelt når μ er stor.

Vår 2024 – Oppgave 5

5 Binomisk fordeling

La $X_1, X_2, \dots, X_n$ representere n uavhengige Bernoulli-fordelte stokastiske variabler med suksess-sannsynlighet p , det vil si $X_i \sim \mathbf{Binom}(1, p)$ for $i = 1, \dots, n$.

a) Bruk regneregler for momentgenererende funksjoner til å vise at summen $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ er binomisk fordelt med parametere n og p , det vil si $Y \sim \mathbf{Binom}(n, p)$. Bruk videre den momentgenererende funksjonen til Y til å vise at $\mathbf{E}(Y) = np$.

Sommer 2022 – Oppgave 2

- 2 Innledning:** La X og Y være uavhengige normalfordelte stokastiske variabler. Anta videre at X har forventningsverdi lik **1** og standardavvik lik **4**, mens Y har forventningsverdi lik **-2** og standardavvik lik **2**.

Oppgave: Regn ut følgende sannsynligheter. Angi svarene med fire desimaler etter komma.

- $P(X > 4) =$
- $P(X + 2Y < 0) =$
- $P(Y - X \leq 4 | Y - X > -3) =$

Høst 2021 – Oppgave 1(c)

uavhengige stokastiske variabler

- 1(c) **Innledning:** La $X_1, X_2, \dots, X_{50}$ være et tilfeldig utvalg fra en sannsynlighetsfordeling med forventningsverdi $\mu = \mathbf{E}[X_i] = 3.5$ og varians $\sigma^2 = \mathbf{Var}[X_i] = 1.5$. La $\bar{X}$ betegne gjennomsnittet av X_i -ene, dvs

$$\bar{X} = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} X_i.$$

Oppgave: Bruk sentralgrenseteoremet til å finne tilnærmede verdier for følgende sannsynligheter. Oppgi svarene med tre desimaler etter komma.

- $P(\bar{X} \leq 4.0) = \square$
- $P\left(\sum_{i=1}^{50} X_i \leq 185\right) = \square$
- ~~$P(\bar{X} \leq 4.0 \mid \sum_{i=1}^{10} X_i = 48.2) = \square$~~

Vår 2012 – Oppgave 3

Oppgave 3 Kjemisk fabrikk

En maskin på en fabrikk utfører en prosedyre for å lage et kjemikalium. Et giftig biprodukt dannes i en mengde på X gram hver gang maskinen utfører prosedyren, der X er normalfordelt med forventningsverdi 20 og standardavvik 4. Hvis mer enn 25 g av biproduktet dannes, lyser ei varselampe til prosedyren er avsluttet. Maskinen kan innstilles slik at den utfører prosedyren flere ganger på rad, men den kan ikke stoppes før alt er ferdig. Mengden biprodukt er uavhengig fra gang til gang.

a) Hva er sannsynligheten for at lampa lyser når maskinen utfører prosedyren én gang?

Maskinen utfører prosedyren tre ganger. Hva er sannsynligheten for at lampa lyser minst én gang?

Maskinen utfører prosedyren 100 ganger. Finn en tilnærmet sannsynlighet for at lampa lyser 15 eller flere ganger.