

# Plenumsregning – Uke 9

Geir-Arne Fuglstad, IMF

# Vår 2024 – Oppgave 3b)

**b)** En Poissonprosess i tid med intensitet (rate)  $\lambda$  skal observeres i 3 ikke-overlappende tidsintervaller av lengde  $t_1$ ,  $t_2$  og  $t_3$ . La  $X_1$ ,  $X_2$  og  $X_3$  representere antall hendelser i hvert tidsintervall. Hvilket uttrykk representerer *ikke* en forventningsrett estimator for  $\lambda$ ?

Velg ett alternativ

☐  $\frac{X_1}{t_1}$

☐  $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i}{t_i}$

☐  $\frac{\sum_{i=1}^3 X_i}{\sum_{i=1}^3 t_i}$

☐  $\frac{X_1 + X_2}{t_1 + t_2}$

☐  $0.5 \cdot \left( \frac{X_2}{t_2} + \frac{X_3}{t_3} \right)$

☐  $\frac{X_1}{t_1} + \frac{X_2}{t_2} - \frac{X_3}{t_3}$

**Ekstra:** Anta  $t_1 = t_2 = t_3$ , hvilken estimator er best for  $\lambda$ ?

# Sommer 2021 – Oppgave 6A

**Innledning:** La  $X$  og  $Y$  være uavhengige og normalfordelte stokastiske variabler, der  $X$  har forventningsverdi lik  $\mu$  og varians lik  $\sigma^2$ , mens  $Y$  har forventningsverdi lik  $2\mu$  og varians lik  $4\sigma^2$ .

Anta at verdien til parameteren  $\mu$  er ukjent og at vi ønsker å estimere denne verdien basert på  $X$  og  $Y$ . Følgende tre estimatorer for  $\mu$  er foreslått,

$$\hat{\mu} = \frac{X+Y}{2}, \quad \mu^* = \frac{2X+Y}{4} \quad \text{og} \quad \tilde{\mu} = \frac{3X+Y}{5}.$$

**Oppgave:** Hvilken av de tre foreslåtte estimatorene  $\hat{\mu}$ ,  $\mu^*$  og  $\tilde{\mu}$  vil du foretrekke? Begrunn svaret.

# Sommer 2021 – Oppgave 8A

**Innledning:** Anta at vi observer et tilfeldig utvalg bestående av  $n = 6$  observasjoner 1, 5, 2, 10, 15, 3 fra en geometrisk fordeling med punktsannsynlighet

$$f(x) = (1 - p)^{x-1}p \text{ for } x = 1, 2, \dots,$$

der  $p \in (0, 1)$  er en parameter.

## **Oppgave:**

- Finn sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for  $p$  og beregn estimatet for dataene gitt over.
- Finn også sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren  $\hat{\theta}$  for  $\theta = 1/p$ .
- Undersøk om  $\hat{\theta}$  er forventningsrett for  $\theta$ .

# Vår 2019 – Oppgave 5 (forkortet oppgavetekst)

- a) ~~Vis ved bruk av momentgenererende funksjon at  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  er gammafordelt med parametre  $n\alpha$  og  $\beta$ , det vil si at  $Y$  har sannsynlighetstetthet~~

$$f_Y(y; n\alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^{n\alpha} \Gamma(n\alpha)} y^{n\alpha-1} e^{-y/\beta} & y > 0 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases} \quad (3)$$

Anta at vi har en observasjon  $y$  fra (3). Utled et uttrykk for sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren for  $\beta$  basert på dette. Husk at  $\alpha$  (og  $n$ ) er kjent.

**Ekstra 1:** Vis at SME er forventningsrett.

**Ekstra 2:** Bestem variansen til SME

# Sommer 2024 – Oppgave 6(d)

Anta at  $X_1, \dots, X_m$  er  $m$  uavhengige eksponensialfordelte stokastiske variabler med parameter  $\mu_A$  og at  $Y_1, \dots, Y_n$  er  $n$  uavhengige eksponensialfordelte stokastiske variabler med parameter  $\mu_B$ . Anta videre at  $\mu_A = 2\mu_B$ .

(i) Med utgangspunkt i både  $X_1, \dots, X_m$  og  $Y_1, \dots, Y_n$ , finn sannsynlighetsmaksimeringestimatorene for  $\mu_A$ .

**Ekstra 1:** Undersøk om SME er forventningsrett.

**Ekstra 2:** Bestem variansen til SME.